

## 10. Wykazać prawa rachunku zdań

- PRZ1.  $p \Leftrightarrow p$  – prawo tożsamości,
- PRZ2.  $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$  – prawo przemienności alternatywy,
- PRZ3.  $(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$  – prawo przemienności koniunkcji,
- PRZ4.  $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (q \leftrightarrow p)$  – prawo przemienności równoważności,
- PRZ5.  $((p \vee q) \vee r) \Leftrightarrow (p \vee (q \vee r))$  – prawo łączności alternatywy,
- PRZ6.  $((p \wedge q) \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge (q \wedge r))$  – prawo łączności koniunkcji,
- PRZ7.  $(p \vee (q \wedge r)) \Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$  – prawo rozdz. alternatywy względem koniunkcji,
- PRZ8.  $(p \wedge (q \vee r)) \Leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$  – prawo rozdz. koniunkcji względem alternatywy,
- PRZ9.  $p \vee \neg p$  – prawo wyłączonego środka, prawo to wyraża zasadę, że z dwóch zdań sprzecznych, co najmniej jedno jest prawdziwe,
- PRZ10.  $p \vee p \Leftrightarrow p$  – prawo idempotencji alternatywy,
- PRZ11.  $p \wedge p \Leftrightarrow p$  – prawo idempotencji koniunkcji,
- PRZ12.  $\neg \neg p \Leftrightarrow p$  – prawo podwójnej negacji,
- PRZ13.  $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$  – prawo de Morgana,
- PRZ14.  $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$  – prawo de Morgana,
- PRZ15.  $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$  – prawo kontrapozycji,
- PRZ16.  $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \Rightarrow (p \rightarrow r)$  – prawo przechodności implikacji,
- PRZ17.  $((p \wedge (p \vee q)) \Leftrightarrow p$  – prawo pochłaniania,
- PRZ18.  $((p \vee (p \wedge q)) \Leftrightarrow p$  – prawo pochłaniania,
- PRZ19.  $(p \wedge (p \rightarrow q)) \Rightarrow q$  – prawo odrywania (modus ponendo ponens),
- PRZ20.  $((p \rightarrow q) \wedge \neg q) \Rightarrow \neg p$  – modus tollendo tollens,
- PRZ21.  $((p \vee q) \wedge \neg p) \Rightarrow q$  – modus ponendo tollens,
- PRZ22.  $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$  – prawo eliminacji równoważności,
- PRZ23.  $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$  – prawo eliminacji implikacji za pomocą negacji i alternatywy,
- PRZ24.  $(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg(\neg p \vee \neg q)$  – prawo eliminacji koniunkcji za pomocą negacji i alternatywy,
- PRZ25.  $(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \rightarrow q)$  – prawo eliminacji alternatywy za pomocą negacji i implikacji,
- PRZ26.  $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \Rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$  – prawo Fregego,
- PRZ27.  $((p \wedge q) \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$  – prawo eksportacji,
- PRZ28.  $\neg(p \wedge \neg p)$  – prawo wyłączonej sprzeczności, prawo to wyraża zasadę, że z dwóch zdań sprzecznych co najmniej jedno jest fałszywe,
- PRZ29.  $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \Rightarrow p$  – prawo Pierce'a,
- PRZ30.  $(\neg p \rightarrow p) \Rightarrow p$  – prawo Claviusa,
- PRZ31.  $\neg p \Rightarrow (p \rightarrow q)$  – prawo Duns-Scotusa,
- PRZ32.  $(p \wedge q) \Rightarrow p$ , – prawo pochłaniania dla koniunkcji,
- PRZ33.  $p \Rightarrow (p \vee q)$ , – prawo pochłaniania dla alternatywy,
- PRZ34.  $p \Rightarrow (p \rightarrow p)$  – prawo symplifikacji,

- PRZ35.  $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \Rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r))$  – prawo komutacji,  
 PRZ36.  $(p \rightarrow (p \rightarrow q)) \Rightarrow (p \rightarrow q)$  – prawo skracania,  
 PRZ37.  $(p \rightarrow q) \Rightarrow ((p \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \wedge r)))$  – prawo mnożenia następników,  
 PRZ38.  $(p \rightarrow r) \Rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r))$  – prawo dodawania poprzedników,  
 PRZ39.  $(p \rightarrow q) \Leftrightarrow ((p \wedge \neg q) \rightarrow 0)$  – reductio ad absurdum,  
 PRZ40.  $((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)) \Rightarrow ((p \vee r) \rightarrow (q \vee s))$  – prawo dylematu konstrukcyjnego,  
 PRZ41.  $((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)) \Rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow (q \wedge s))$  – prawo dylematu konstrukcyjnego,  
 PRZ42.  $((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)) \Rightarrow ((\neg q \vee \neg s) \rightarrow (\neg p \vee \neg r))$  – prawo dylematu destrukcyjnego,  
 PRZ43.  $((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)) \Rightarrow ((\neg q \wedge \neg s) \rightarrow (\neg p \wedge \neg r))$  – prawo dylematu destrukcyjnego.

11. Zbadać, czy następujące formuły są tautologiami.

- $((p \wedge \neg p) \vee q) \leftrightarrow q$ ;
- $((p \wedge \neg p) \wedge q) \leftrightarrow p$ ;
- $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) \rightarrow (p \vee q)$ ;
- $((p \vee q) \wedge r) \rightarrow (p \wedge \neg q)$ ;
- $((p \leftrightarrow q) \vee (p \rightarrow r)) \rightarrow (\neg q \wedge p)$ ;
- $((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow ((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r))$ ;
- $((p \vee q) \rightarrow r) \rightarrow ((p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r))$ ;
- $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \leftrightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r))$ ;
- $((p \vee q) \wedge (p \vee r) \wedge (q \vee s) \wedge (r \vee s)) \leftrightarrow ((p \wedge s) \vee (q \wedge r))$  (odp.: T) (w);
- $((p \vee q) \wedge (r \vee s)) \rightarrow (((p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)) \wedge ((q \rightarrow s) \vee (q \rightarrow p)))$  (odp.: N).

12. Zbadać, czy następujące formuły są tautologiami. Zapisać je za pomocą implikacji i negacji

- $((p \wedge \neg q) \otimes q) \leftrightarrow p$ ;
- $(p \rightarrow (q \otimes r)) \rightarrow (p \therefore q)$ ;
- $((p \wedge q) \rightarrow r) \otimes ((p \rightarrow r) \therefore (q \rightarrow r))$