

# Matematyka arabska

Marcin Pawlik

19 kwietnia 2005 roku

## 1 Wstęp

Powstanie i upadek imperium arabskiego jest jednym z najbardziej spektakularnych wydarzeń w historii. W ciągu dziesięciu lat po ucieczce Mahometa z Mekki do Medyny (622) rozproszone i podzielone plemiona Półwyspu Arabskiego zostały zjednoczone dzięki wspólnej wierze. W ciągu wieku Arabowie rozszerzyli swoje panowanie na olbrzymi obszar - od Indii na wschodzie, przez Persję, Mezopotamię, północną Afrykę, aż do Hiszpanii. Wewnętrzna rywalizacja doprowadziła do rozłamu - jeden kalif sprawował rządy w Kordowie, drugi zaś w Bagdadzie. Do roku 1000 wschodnie imperium przeważało nad zachodnim pod względem intelektualnym. W tym czasie jednak ziemie wschodnie zostały odbite przez Turków seldżuckich. Wieki XII i XIII to okres chrześcijańskich krucjat mających na celu wyparcie muzułmanów z Ziemi Świętej. W 1258 Bagdad został zdobyty przez Mongołów, wschodni kalif utracił swoje wpływy, a imperium arabskie zaczęło chylić się ku upadkowi. W XV w. Hiszpanie wyparli ostatnich Maurów z Półwyspu Iberyjskiego.

Kalifowie bagdadzcy byli nie tylko sprawnymi władcami. Wielu z nich stawało się patronami nauk i zapraszało na swe dwory wybitnych uczonych. Dzięki tej postawie liczne dzieła greckie i indyjskie z zakresu astronomii, medycyny i matematyki zostały przełożone na język arabski i w ten sposób ocalone przed zapomnieniem do momentu, gdy Europejczycy byli w stanie dokonać ponownego przekładu na łacinę i inne języki. Bez Arabów wiele z osiągnięć starożytnej Grecji zostałoby nieodwracalnie stracone.

Pierwsze kontakty Arabów z nauką indyjską miały miejsce za panowania kalifa al-Mansura. Wtedy to za sprawą indyjskiego astronoma o imieniu Kanka [1] w Bagdadzie pojawiły się dzieła Brahmagupty (766) i zostały przetłumaczone na język arabski przez al-Fazarię [3, 10]. Uważa się, że to właśnie w ten sposób liczby indyjskie zostały zapożyczone przez matematyków arabskich. Za panowania kolejnego kalifa, Haruna ar-Raszida, który władał w latach 786-808, przetłumaczono wielu greckich klasyków, wśród nich najważniejszy traktat geometryczny starożytnej Grecji — *Elementy* Euklidesa. Następca ar-Raszida Al-Mamun był nie tylko patronem nauk, ale i sam parał się astronomią. Zbudował obserwatorium astronomiczne i przedsięwziął próby pomiaru południka. Pod jego panowaniem kontynuowano prace nad tłumaczeniem dzieł greckich uczonych. Światło dzienne ujrzało arabskie tłumaczenie *Almagestu*. Dokończono

również prace nad przekładem *Elementów* Euklidesa. Tabit Ibn Kurra (826-901) znany jako lekarz, filozof i matematyk dał się również poznać jako tłumacz dzieł greckich. Spod jego pióra wyszedł po raz pierwszy do końca satysfakcjonujący przekład *Elementów*. Jego tłumaczenia dzieł Apolloniusza, Archimedesesa, Ptolemeusza i Teodozjusza także należą do najlepszych. Żyjący w XIII w. Nasir ad-Din at-Tusi podjął trud zgromadzenia całej wiedzy greckiej i całej wiedzy muzułmańskiej, a następnie skonfrontowania ich ze sobą. Zamierzenie nie zostało doprowadzone do końca, dało jednak bardzo wiele: pozwoliło odszukać wiele dzieł uznanych za zaginione, a poza tym stanowiło próbę zespolenia prac wielu uczonych w jedną całość. Jego pisma zostały przetłumaczone na łacinę i korzystał z nich w XVII w. John Wallis wykładając geometrię na Uniwersytecie Oksfordzkim[6].

## 2 Astronomia i trygonometria

Astronomia, którą nazywano po arabsku ilm al-falak - nauką o niebie lub ilm al-haja - nauką o wszechświecie [1], była ważna nie tylko ze względów czysto poznawczych, naukowych. W życiu codziennym jej rola często była związana ze sprawami religijnymi. To właśnie astronomowie wyznaczali godziny modlitw, ustalali początek i koniec postu w miesiącu ramadan oraz byli twórcami kalendarzy[1].

Zainteresowanie Arabów astronomią nierozzerwalnie łączyło się ze stosowaniem i rozwijaniem trygonometrii. Pochodzący z górskiego rejonu Persji — Chorasana — Abu al-Wafa (940-998) do trygonometrii wprowadził funkcję tangensów oraz sporządził tablice sinusów i tangensów dla kątów co  $15'$ . Nasir ad-Din był twórcą pierwszej pracy traktującej o trygonometrii planarnej i sferycznej. Zajmował się również astronomią, z której trygonometrię wyłączył jako osobną naukę. Z kolei żyjący w XV w., pochodzący z rodu królewskiego astronom Uług Beg sporządził tablice sinusów i tangensów dla kątów co  $1'$  z dokładnością do ośmiu miejsc po przecinku.

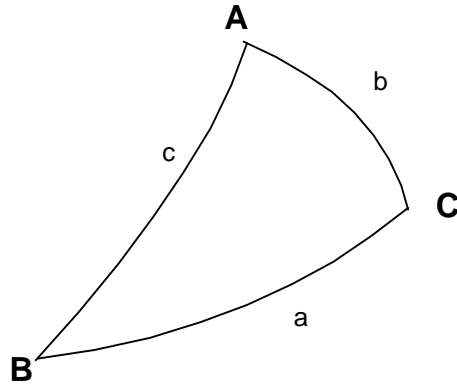
Prócz wspomnianych tablic trygonometrycznych przypisuje się Arabom znajomość sześciu funkcji trygonometrycznych oraz wzorów trygonometrii sferycznej. Al-Battani (Albatagnius) podał wzór cosinusów trójkąta sferycznego (Rys.1):

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A. \quad (1)$$

Ponadto wprowadził równoważniki dziesięjszych secansa i cosecansa. Również z jego prac pochodzi dzisiejsza notacja trygonometryczna. Wzór dla trójkąta sferycznego z kątem prostym w  $C$ :

$$\cos B = \cos b \sin A \quad (2)$$

jest często nazywany prawem Gebera (Dżabir Ibn Aflah) — arabskiego uczonego działającego w Sewilli. Astronom z Maroka, Abu al-Hasan al-Marrakuszi wprowadził układ współrzędnych, nazwany później kartezjańskim, wykreślając w nim wykresy funkcji, zdefiniowanych przy pomocy wielomianów trygonometrycznych.



Rysunek 1: trójkąt sferyczny

Z kolei żyjący w Kordobie Az-Zarkali (Arzachel, ok. 1029-1087), uznawany za najlepszego obserwatora swoich czasów, wydał tzw. *"Tolekańskie tablice planetarne"*. Tablice trygonometryczne zawarte w tym dziele, które zostało przetłumaczone na łacinę, wywarły niemały wpływ na rozwój trygonometrii Renesansu<sup>1</sup>.

Badania w zakresie astronomii zaowocowały powstaniem bardzo dokładnego kalendarza. Jego twórcą był al-Chajjam. Stworzony przez niego kalendarz dawał błąd jednego dnia raz na 5000 lat. Dla porównania stosowany przez nas obecnie kalendarz gregoriański daje błąd jednego dnia raz na 3330 lat. Kalendarz al-Chajjama został nawet w 1079 roku wprowadzony w Turcji do użytku, ale potem ze względów religijnych nakazano go wycofać [6].

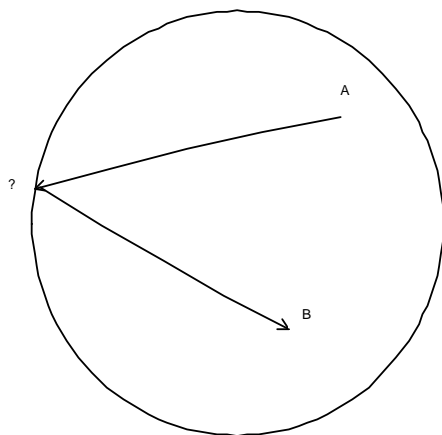
Al-Chuwarizmi, o którym będzie jeszcze mowa, udzielał się także w dziedzinie astronomii. Efektem tych zainteresowań były tablice astronomiczne *Zidż*<sup>2</sup>, w których po teoretycznym wstępie opisuje kalendarz juliański i muzułmański, dwie prace dotyczące konstrukcji astrolabu *Księga o astrolabie* i *Księga o konstrukcji astrolabu* oraz *Traktat o wyznaczaniu kalendarza Żydów i ich świąt*.

O wkładzie Arabów w rozwój astronomii może świadczyć fakt, że do tej pory większość gwiazd nosi imiona pochodzenia arabskiego. Najbardziej znane to Aldebaran, Wega, Algol<sup>3</sup>, Alcor i Mizar.

<sup>1</sup>Większe stworzył dopiero ponad 500 lat później Tycho Brahe.

<sup>2</sup>Był to swego rodzaju katalog gwiazd i planet, wraz z informacjami dotyczącymi wschodów i zachodów oraz pozycji poszczególnych ciał niebieskich. *Zidż* al-Chuwarizmiego nie był jedynym. Pierwszy znany — *Zidż asz-szah* — powstał w Iranie. Autorami podobnych opracowań byli również Abu Maszara, Al-Battani, Az-Zarkali i Al-Bitrudzi [1].

<sup>3</sup>W latach '50 XX w. stworzono język programowania o tej samej nazwie przeznaczony do obliczeń naukowych, w tym przypadku geneza nazwy jest inna - Algorithmic Language



Rysunek 2: zadanie Alhazena

### 3 Geometria

Swoją pozycję w dziedzinie geometrii Arabowie osiągnęli nie tyle dzięki kalibrowi swoich odkryć, co dbałości o zachowanie osiągnięć Greków. Świat zawdzięcza im wiele przede wszystkim ze względu na wysiłek włożony w liczne próby przetłumaczenia greckich klasyków. Wspominany już al-Chajjam zajmował się problemami Euklidesa. Zastępował aksjomat równoległości wieloma innymi twierdzeniami. W swych dociekaniach doszedł on do figur łączonych z hipotezą kąta rozwartego, prostego i ostrego, które znajdują swoje zastosowanie w geometriach nieeuklidesowych. W *Traktacie o trudnościach stosunku* i w *Komentarzach do trudnych postulatów ksiąg Euklidesa* podjął krytykę antycznej teorii stosunków Eudoksosa. Wywody al-Chajjama można streścić krótko tak: definicja proporcji (tzn. liczby) w V księdze Elementów jest poprawna, ale nie wyraża zasadniczej istoty proporcji. To, co udowodnił, można we współczesnej terminologii sformułować następująco: dwa stosunki  $A:B = C:D$  są równe (tzn. liczby  $\frac{a}{b}$  i  $\frac{c}{d}$  są równe), wtedy i tylko wtedy, gdy  $\frac{a}{b}$  i  $\frac{c}{d}$  mają równe kolejne redukty w rozwinięciu na ułamek łańcuchowy [10].

Geometrią również parzył się Nasir ad-Din. Jego głównym zainteresowaniem, tak jak wielu innych, był słynny piąty postulat Euklidesa o równoległych prostych. Ponadto przypisuje mu się oryginalny dowód twierdzenia Pitagorasa. Al-Haitama (Alhazen) wiąże się z tzw. problemem Alhazena: przez zadane dwa punkty na płaszczyźnie przeprowadzić proste przecinające się na okręgu, tworzące z tym okręgiem takie same kąty w punkcie przecięcia. Inne sformułowanie tego zadania to: w jakim kierunku należy wysłać promień świetlny z punktu A, by po odbiciu od sfery (powierzchni kuli) trafił on w dany punkt B (Rys. 2)? Problem prowadzi do równania czwartego stopnia, które rozwiązał w sposób typowy dla Greków przecinając hiperbolę z okręgiem. Al-Hajtam pochodził z Egiptu i był być może największym fizykiem arabskim. Powyższy problem pojawił się w jego

*Optyce*, dzieło, które później wywarło wielki wpływ na naukę europejską.

Wspomniany już al-Battani ustalił także wzór na obliczanie sumy szeregu geometrycznego. Jako przykładu użył tzw. postępu pola szachowego. Rozwiązał też zagadnienie podziału kąta na trzy części za pomocą konchoidy (krzywej trzeciego stopnia).

Al-Kaszi, matematyk arabski XV wieku przybliżając liczbę  $\pi$ , osiągnął wynik:

$$\pi = 3.14159265358979325, \quad (3)$$

wpisując w koło i opisując na nim  $n$ -kąty foremne dla  $n = 3 \cdot 2^{28}$  [10]. W porównaniu z przybliżeniem stosowanym przez al-Chuwarizmiego  $\pi = 22/7$  jest to znaczący postęp<sup>4</sup>. Abu al-Wafa był autorem dzieła pt. *Książka o tym, co z konstrukcji geometrycznych niezbędne jest rzemieślnikowi*. Teoria konstrukcji geometrycznych jest w nim znacznie bardziej rozwinięta niż w czasach starożytnych. Pojawia się wiele nowych konstrukcji, także konstrukcje przybliżone, np. siedmiokąta foremnego. Dzieło zawiera trysekcję (przybliżoną) kąta oraz podział kąta na dowolną liczbę części. Mimo że każda konstrukcja zakończona jest dowodem (często błędnym), al-Wafa nie rozróżnia konstrukcji teoretycznie poprawnych od niepoprawnych [10].

## 4 Arytmetyka

Przed pojawieniem się Mahometa Arabowie posługiwali się liczbami zapisywanymi słownie. Stosowali również sposób rachowania na palcach<sup>5</sup> pozwalający na przedstawienie liczb z zakresu od 1 do 9999 [4]. Potrzeba sprawnej administracji na rozległym terytorium wymogła skrócenie tego skomplikowanego zapisu. Czasami Arabowie przyjmowali systemy liczbowe krajów podbitych, kiedy indziej zaś używali systemu na wzór grecki używając do tego celu 28 liter arabskich. Ten zapis z kolei został wyparty przez cyfry indyjskie, które przywedrowały do krajów podbitych przez Arabów za pośrednictwem kupców. Zaskakującym może wydać się fakt, że w późniejszych czasach prosty system cyfr indyjskich był zastępowany przez bardziej skomplikowany zapis słowny. Dla przykładu Abu al-Wafa i al-Karszi żyjący w X i XI w. posługiwali się arytmetyką, w której wszystkie liczby były zapisywane słownie.

Pierwszą arytmetyką posługującą się zapisem znanym dzisiaj jako arabski jest ta rozpowszechniona przez wspomnianego al-Chuwarizmiego<sup>6</sup>. Wprowadził on system pozycyjny, a liczby wyrażał jako kombinacje 10 cyfr<sup>7</sup> [8]. Nowy sposób liczenia był mocno związany z wykorzystaniem tabliczek posypywanych

<sup>4</sup>Przybliżenie to al-Chuwarizmi przejął od Archimedesesa

<sup>5</sup>Ta metoda rachowania, nazywana *hisab al-ukud*, została opisana dokładnie w *Arytmetyce* Abrahama Ibn Ibrahima Al-Uklidisiiego (X w.).

<sup>6</sup>Al-Chuwarizmi opisał ten system rachunków w księdze zatytułowanej *Al-Dżam wa-at-tafrik bi-hisab al-Hina* [1].

<sup>7</sup>Słowo cyfra pochodzi od arabskiego słowa *sifr*, oznaczającego pusty, pustkę, którym Arabowie nazywali zero.



Rysunek 3: Rozwój cyfr indyjsko arabskich. Źródło: [7]



Rysunek 4: Współczesne cyfry arabskie. Źródło: [12]

piaskiem, na których dokonywano rachunków<sup>8</sup> [4, 8]. W swoim dziele Al-Chuwarizmi wprowadził do obliczeń arytmetycznych hinduskie reguły liczenia. Znamiennym jest fakt, że w swoim dziele połowienie i podwajanie traktował jako osobne działania. Świadczy to dobitnie o silnych wpływach matematyki Indii. Powstałe w XII w. tłumaczenie dzieła al-Chuwarizmiego dotyczącego sposobów wykonywania działań pisemnych w systemie dziesiętkowym na łacinę nosiło tytuł *Algorithmi de numero Indorum*, co miało znaczyć *Al-Chuwarizmiego [dzieło] o liczbach indyjskich* - ta zniekształcona forma nazwiska na zawsze już sprzegła się z przepisem na wykonanie określonego zadania i jako algorytm jest dziś ważnym terminem naukowym.

Liczby ujemne, używane przez uczonych Chin i Indii, pojawiają się u Arabów tylko raz, w traktacie arytmetycznym wspomnianego już Abu al-Wafy Muhammada al Buzdżaniego (ur. ok. 940). *Słoneczny traktat o arytmetyce* an-Najsa-

<sup>8</sup>Nową metodę nazywano indyjskim systemem liczbowy - *hisab al-Hindi*, lub systemem tabliczek i piasku - *hisab al-takhtwa-al-turab*

buriego (XII-XIV w.) był encyklopedią matematyki do momentu pojawienia się *Klucza arytmetyki* autorstwa al-Kasziego.

## 5 Algebra

Z zasług al-Chuwarizmiego donioślejsze są jednak jego dokonania na polu algebry. Wyjaśnia on cztery podstawowe działania matematyczne oraz prezentuje rozwiązania równań liniowych i kwadratowych. Te ostatnie rozwiązuje arytmetycznie i geometrycznie. Rozważania te zawarł w dziele pod tytułem *Hisab al-dżabr wa-al mukabala*, czyli *Sztuka redukcji i przenoszenia*. Dzieło to daje początek dyscyplinie, której nazwa jest fonetycznym powtórzeniem drugiego członu tytułu - algebrze. W tym przypadku nowa nazwa nie powstała na skutek pomyłki - już w sto lat po śmierci al-Chuwarizmiego Arabowie słowo al-dżabr, czyli redukcja uznawali za nazwę nowej dyscypliny, która była połączeniem rachunków na symbolach z rozwiązywaniem równań. Warto uświadomić sobie, że i dziś naukę algebry rozpoczyna się od przenoszenia wyrazów na drugą stronę równania i redukcji wyrazów podobnych. Praca al-Chuwarizmiego zawiera kompletne rozwiązania i dyskusję rozwiązań równań stopnia pierwszego i drugiego. I to wszystkich rodzajów - należy zdać sobie sprawę z faktu, że wobec braku liczb ujemnych (czy, jak kto woli, nieuznawania ich za pełnoprawne liczby) równań kwadratowych były trzy rodzaje [3, 5, 6]:

$$x^2 + ax = b, \quad x^2 + b = ax, \quad x^2 = ax + b; \quad (4)$$

czwarty, dający się pomyśleć, rodzaj równań nie istniał dlatego, że nie mógł mieć rozwiązań - a, b i x musiały być przecież dodatnie<sup>9</sup>.

---

Arabski sposób rozwiązywania równań kwadratowych postaci  $x^2 + ax = b$ . Z kwadratu o boku A wycinamy w rogu kwadrat o boku x, a w przeciwległym rogu kwadrat o największym możliwym boku B, jaki się zmieści. Pozostałość dużego kwadratu to dwa prostokąty o bokach x i B. Mamy więc  $A^2 = x^2 + b^2 + 2Bx$ , czyli  $x^2 + 2Bx = A^2 - b^2$ . Znamy zatem a i b, a poszukujemy A i B. to jest łatwe.

$$B = \frac{a}{2}, \quad B^2 = \frac{a^2}{4}, \quad A^2 = b + B^2 = b + \frac{a^2}{4} \quad (5)$$

Ostatecznie:

$$x = A - B = \sqrt{A^2} - B = \sqrt{b + \frac{a^2}{4}} - \frac{a}{2} \quad (6)$$

---

Matematycy arabscy mają największe zasługi na polu geometrii algebraicznej. Szczyt ich osiągnięć przypada na okres działalności Umara al-Chajjama, który

<sup>9</sup>Podane tutaj przykłady są dość ogólne. W większości późniejszych (w stosunku do oryginału) tekstów pojawiają się odpowiednio:  $x^2 + 10x = 39$ ,  $x^2 + 21 = 10x$  i  $3x + 4 = x^2$ . Ten ewenement został podsumowany przez L.C. Karpińskiego słowami: "równanie  $x^2 + 10x = 39$  biegnie jak złoty ślad przez algebrę stuleci" [5]

podał geometryczne rozwiązania równań trzeciego stopnia. Al-Chajjam sklasyfikował równania kubiczne, a następnie znajdował ich pierwiastki jako przecięcia dwóch stożkowych [3]. Al-Chajjam odrzucał rozwiązania ujemne i często mylił się w przypadku dodatnich. W swoich rozważaniach wyróżniał, tak jak Grecy, rozwiązania geometryczne i arytmetyczne. Ponadto zdefiniował szereg dwumianowy o wykładniku naturalnym, którego wyraz można zapisać w postaci  $(a + b)^n$ .

Również działający w wiekach X i XI Abu Kamil i al-Karadzi wnieśli niemało do algebry. Abu Kamil podał przepisy na rozwiązywanie równań liniowych. Al-Karadzi, który był kontynuatorem i spadkobiercą Diofantosa, jest autorem dzieła zatytułowanego *Fachri* — jednego z najważniejszych pośród islamskich prac z zakresu algebry. Osiągnięciem bodaj najoryginalniejszym było jednak geometryczne rozwiązanie równań trzeciego stopnia przez Umara al-Chajjama. Z kolei Abu al-Wafa podał rozwiązania szczególnych przypadków równań czwartego stopnia. Zagadnieniami algebraicznymi interesował się również wspomniany już Tabit Ibn Kurra. Zostawił po sobie oryginalne prace z zakresu teorii liczb (kwadraty magiczne, liczby zaprzyjaźnione). Podał również wzór na znajdowanie liczb doskonałych [3].

Niektórzy z matematyków islamskich wykazywali zainteresowanie analizą liczb niewymiernych. Arabowie znaleźli (być może błędny) dowód, który niestety nie zachował się do naszych czasów, twierdzenia, że niemożliwym jest znaleźć dwie dodatnie liczby całkowite, których sześciiany sumują się do sześcianu innej liczby całkowitej. Al-Karadzi podał i dowiódł wzory na sumy kwadratów i sześcianów kolejnych  $n$  liczb naturalnych. Przy pomocy iteracji i metod trygonometrycznych rozwiązywał równania sześcienne. Znał metodę, znaną obecnie jako *metoda Hornera*, dla rozwiązywania ogólnych równań algebraicznych wyższych stopni, która uogólnia wyciąganie pierwiastka wyższego stopnia ze zwykłej liczby. Al-Karadzi wiedział również, że :

$$\sqrt{8} + \sqrt{18} = \sqrt{50}, \quad \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{16}, \quad (7)$$

a także podnosił dwumian do potęgi na sposób zwany dziś wzorem Newtona[5]:

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}. \quad (8)$$

Ponadto podał wzór, zwany współcześnie wzorem Pascala:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} \quad (9)$$

Inny matematyk — al-Mahani — w swoim traktacie *Komentarze do X księgi* wprowadza nowe idee do pojęcia liczby niewymiernej. W przytoczonej pracy podaje następującą klasyfikację liczb niewymiernych [10]:

1. płaskie

- płaskie pojedyncze (np.  $\sqrt{a}$ ,  $\sqrt{\sqrt{a}}$ ,...);
- płaskie złożone (np.  $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ ,  $\sqrt{\sqrt{a} \pm \sqrt{\sqrt{b}}}$ ,...);

2. bryłowe

- pojedyncze (np.  $\sqrt[3]{a}$ ,  $\sqrt{\sqrt[3]{a}}$ ,...);
- złożone (np.  $\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b}$ ,  $\sqrt{\sqrt[3]{a} \pm \sqrt{\sqrt[3]{b}}}$ ,...);

Niewymiernościami zajmowali się także al-Baghdadi (*Traktat o wielkościach wspólnych i niewspólnych*), Juhanna Ibn-Jusuf (*O wielkościach wymiernych i niewymiernych*) i al-Haszisi (*O pierwiastkach niewymiernych*). Uczonym tym był znany wzór, którego szczególne przypadki znajome były Grekom:

$$\sqrt{2} \left( \sqrt{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} \right) = \sqrt{\sqrt{a} + \sqrt{a-b}} \pm \sqrt{\sqrt{a} + \sqrt{a+b}} \quad (10)$$

Arabowie znali również wzory<sup>10</sup> na przybliżenia pierwiastków liczb całkowitych postaci  $N = a^2 + r$ :

$$\sqrt{N} = a + \frac{r}{2a}. \quad (11)$$

Al-Baghdadi wiedział, że jest to przybliżenie z nadmiarem. Al-Uklidisi podał wzór dający dokładniejsze przybliżenie[4]:

$$\sqrt{N} = a + \frac{r}{2a+1}. \quad (12)$$

## 6 Podsumowanie

Nie ma zgody co do znaczenia wkładu Arabów do rozwoju matematyki. Niektórzy przypisywali arabskim uczonym oryginalność i geniusz. Inni zaś widzieli w nich tylko kontynuatorów nauki greckiej i hinduskiej. Z jednej strony trzeba im przyznać, że poczynili postępy w stosunku do swoich nauczycieli, z drugiej jednak może się wydawać, że blask ich osiągnięć zdaje się być większy, niż był w rzeczywistości, ze względu na otaczającą mizериę. Na ich korzyść przemawia jednak fakt, że byli strażnikami wiedzy i pośrednikami między starożytną Grecją i późniejszą nauką europejską.

---

<sup>10</sup>Wzór ten kojarzy się wspólnie z metodą Newtona znajdowania rozwiązań dla równań nieliniowych.

## Literatura

- [1] J. Danecki: *Kultura i sztuka islamu*, Dom Wydawniczy Elipsa, Warszawa 2003.
- [2] H. Eves: *Great Moments in Mathematics. Before 1650*, The Mathematical Association of America, 1980.
- [3] H. Eves: *An Introduction to the History of Mathematics*, Holt, Rinehart and Winston,
- [4] *Historia nauki arabskiej. T. 2.* [red. R. Rashed, R. Morelon], Wydawnictwo Akademickie "Dialog", Warszawa 2001.
- [5] E. Kofler: *Z dziejów matematyki*, Wiedza Powszechna, Warszawa 1962.
- [6] M. Kordos: *Wykłady z historii matematyki*, WSiP, Warszawa 1994.
- [7] *Kronika techniki*, Wydawnictwo "Kronika", Warszawa 1992.
- [8] *The Oxford Encyclopedia of the Modern Islamic World* [red. J.L. Esposito], Oxford University Press.
- [9] D.J. Struik: *Krótki zarys historii matematyki do końca XIX wieku*, PWN, Warszawa 1960.
- [10] W. Więśław: *Matematyka i jej historia*, Wydawnictwo Nowik, Opole 1997.
- [11] L. Young: *Mathematicians and Their Times. History of Mathematics and Mathematics of History* w: *Mathematics Studies* vol. 48, North-Holland, Amsterdam 1981.
- [12] <http://www.es.flinders.edu.au/mattom/science+society/lectures/lecture6.html>